

1

Em uma prova de atletismo, um corredor, que participa da prova de 100 m rasos, parte do repouso, corre com aceleração constante nos primeiros 50 m e depois mantém a velocidade constante até o final da prova.

Sabendo que a prova foi completada em 10 s, calcule o valor da aceleração, da velocidade atingida pelo atleta no final da primeira metade da prova e dos intervalos de tempo de cada percurso.

Apresente os cálculos.

This image shows a blank sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

QUESTÃO 1 – EXPECTATIVA DE RESPOSTA

Conteúdo programático:

Mecânica – cinemática.

Resposta esperada:

Na primeira metade da prova, o atleta está se deslocando com aceleração uniforme, portanto as equações dinâmicas que descrevem o seu movimento são dadas a seguir.

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad \text{e} \quad v = v_0 + a t$$

O tempo necessário para percorrer os primeiros 50 m é t_1 . Como o atleta parte da origem com velocidade inicial nula, $v_0 = 0$, as equações anteriores são reescritas como

$$x = \frac{1}{2} a t^2 \quad \text{e} \quad v = a t \implies t = \frac{v}{a}$$

que também podem ser escritas como

$$x = \frac{1}{2} a \left(\frac{v}{a} \right)^2 = \frac{v^2}{2a} \implies v^2 = 2ax \implies v = \sqrt{2ax}$$

Após transcorrido o intervalo de tempo t_1 , essas equações fornecem

$$50 = \frac{1}{2} a t_1^2 \implies t_1^2 = \frac{100}{a} \implies t_1 = \sqrt{\frac{100}{a}} \implies t_1 = \frac{10}{\sqrt{a}}$$

$$v_c = a t_1 \implies a = \frac{v_c}{t_1} \quad \text{ou} \quad v_c = \sqrt{2a50} = 10\sqrt{a} \implies a = \frac{v_c^2}{100}$$

sendo v_c a velocidade atingida pelo atleta no tempo t_1 . Estas equações podem ser utilizadas para se eliminar a aceleração a , fornecendo

$$50 = \frac{1}{2} v_c t_1 \implies t_1 = \frac{100}{v_c}$$

Na segunda metade da prova, a aceleração do atleta é nula e sua velocidade constante vale $v = v_c$, portanto o movimento se dá com velocidade uniforme e a equação é dada a seguir.

$$x = x_0 + v_c t$$

Considerando que, após transcorrer um intervalo de tempo t_1 , o atleta se deslocou 50 m, o valor de $x_0 = 50$ m. O tempo necessário para percorrer a segunda metade da prova é t_2 , entretanto o tempo total da prova é

$$t_1 + t_2 = 10 \text{ s}$$

Nesta segunda metade do percurso, a velocidade constante v_c é a velocidade atingida pelo atleta ao final dos primeiros 50 m ou após o tempo t_1 . Utilizando esses resultados tem-se

$$100 = 50 + v_c t_2 \implies t_2 = \frac{50}{v_c}$$

Dessa forma, obtém-se a velocidade

$$\frac{100}{v_c} + \frac{50}{v_c} = 10 \implies v_c = 15 \text{ m/s}$$

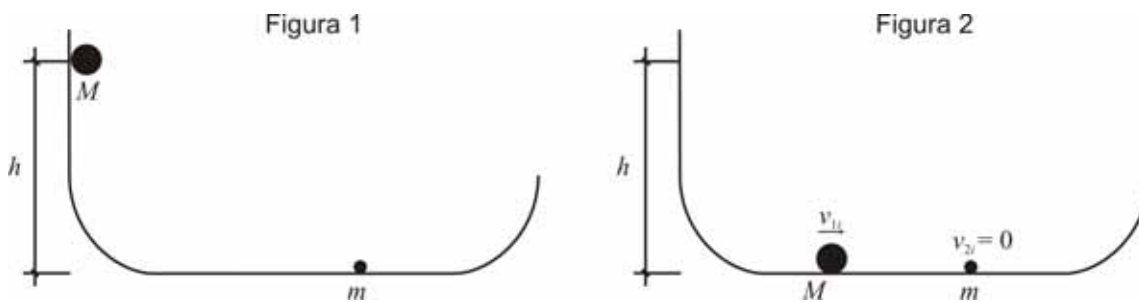
E obtém-se a aceleração

$$a = \frac{v_c^2}{100} = \frac{15^2}{100} = \frac{225}{100} = 2,25 \text{ m/s}^2$$

Considerando as equações anteriores, obtém-se

$$t_1 = \frac{v_c}{a} = \frac{15}{2,25} = 6,67 \text{ s} \quad \text{e} \quad t_2 = 3,33 \text{ s}$$

Analise as figuras a seguir.



Uma partícula 1 com massa M , inicialmente em repouso, que está a uma altura de $h = 1,25$ m, desliza sem atrito por uma calha, como esquematizado na Figura 1. Essa partícula colide elasticamente com a partícula 2 com massa m , inicialmente em repouso. Após a colisão, a velocidade horizontal final da partícula 1 é $v_{1f} = 4,5$ m/s.

Utilizando a aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$, calcule

- a) a velocidade horizontal da partícula 1 antes da colisão.
- b) a velocidade horizontal da partícula 2 após a colisão e a altura máxima que ela atinge.

Apresente os cálculos.

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

QUESTÃO 2 – EXPECTATIVA DE RESPOSTA

Conteúdo programático:

Mecânica – energia potencial, quantidade de movimento linear.

Resposta esperada:

- a) Na configuração inicial, a energia total do sistema é apenas a energia potencial Mgh da partícula. Imediatamente antes da colisão (figura 2), a energia total da partícula de massa M é apenas a energia cinética $\frac{1}{2}Mv_{1i}^2$. Pode-se obter a velocidade horizontal da partícula de massa M , utilizando a conservação da energia

$$Mgh = \frac{1}{2}Mv_{1i}^2 \implies v_{1i} = \sqrt{2gh}$$

Utilizando os dados do problema, obtém-se

$$v_{1i} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1,25} = 5 \text{ m/s}$$

- b) Como a colisão é elástica, as velocidades finais das partículas com massas M e m podem ser obtidas da conservação do momento

$$\begin{aligned} p_{1i} + p_{2i} &= p_{1f} + p_{2f} \\ M v_{1i} + 0 &= M v_{1f} + m v_{2f} \\ M(v_{1i} - v_{1f}) &= m v_{2f} \\ (1) \quad v_{2f} &= \frac{M}{m}(v_{1i} - v_{1f}) \end{aligned}$$

e da conservação da energia cinética

$$\begin{aligned} T_{1i} + T_{2i} &= T_{1f} + T_{2f} \\ M v_{1i}^2 + 0 &= M v_{1f}^2 + m v_{2f}^2 \\ v_{1i}^2 &= v_{1f}^2 + \frac{m}{M} v_{2f}^2 \end{aligned}$$

que fornecem

$$\begin{aligned} v_{1i}^2 - v_{1f}^2 &= \frac{m}{M} v_{2f}^2 \\ v_{1i}^2 - v_{1f}^2 &= \frac{m}{M} \left(\frac{M}{m} \right)^2 (v_{1i} - v_{1f})^2 \\ (2) \quad \frac{M}{m} &= \frac{v_{1i}^2 - v_{1f}^2}{(v_{1i} - v_{1f})^2} \end{aligned}$$

Para se calcular a velocidade horizontal da partícula de massa m após a colisão, pode-se calcular a razão $\frac{M}{m}$. Utilizando a equação (2), obtém-se

$$\frac{M}{m} = \frac{v_{1i}^2 - v_{1f}^2}{(v_{1i} - v_{1f})^2} = \frac{5^2 - (4,5)^2}{(0,5)^2} = 19.$$

Segue, portanto, da equação (1) que

$$v_{2f} = \frac{M}{m}(v_{1i} - v_{1f}) = 19 \times (5,0 - 4,5) = 9,5 \text{ m/s}.$$

Portanto, a altura máxima atingida pela partícula com massa m é

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv_{2f}^2 &= mgh_2 \\ h_2 &= \frac{v_{2f}^2}{2 \cdot g} = \frac{9,5^2}{20} = \frac{90,45}{20} = 4,5225 \text{ m}. \end{aligned}$$

3

Uma gota de álcool de 10 g, à temperatura de 70 °C, cai em um reservatório com 1000 litros de água a 33 °C.

Dados: Calor específico da água: $1,0 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$

Calor específico do álcool: 0,6 cal/g °C

Massa específica da água: 1000 kg/m^3

- a) Calcule a quantidade de calor transferida para a água.
- b) Calcule a variação de entropia do reservatório de água. Sabendo que $\Delta S \geq 0$, o que se pode concluir da entropia da gota de álcool?

Apresente os cálculos.

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

QUESTÃO 3 – EXPECTATIVA DE RESPOSTA

Conteúdo programático:

Termodinâmica.

Resposta esperada:

a) O calor recebido pela água é $Q_{H_2O} = W_{H_2O} \cdot C_{H_2O} \cdot \Delta T_{H_2O}$

O calor cedido pelo álcool é $Q_{alc} = W_{alc} \cdot C_{alc} \cdot \Delta T_{alc}$

$$Q_{H_2O} = 1,0 \times 10^6 \text{ g} \cdot 1 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}} \cdot (T_f - 33)^\circ\text{C} = 1,0 \times 10^6 \cdot (T - 33) \text{ cal}$$

$$Q_{alc} = 10 \text{ g} \cdot 0,6 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}} \cdot (T_f - 70)^\circ\text{C} = 6 \cdot (T - 70) \text{ cal}$$

Como o calor cedido pelo álcool é igual ao valor recebido pela água, tem-se

$$1,0 \times 10^6 \cdot (T - 33) = 6 \cdot (T - 33) \implies T \approx 33^\circ\text{C}$$

Então, o calor cedido pelo álcool é

$$Q_{alc} = 6 \cdot (33 - 70) = -222 \text{ cal}$$

Desse modo, o calor recebido pela água é igual, em módulo, ao calor cedido pelo álcool, isto é,

$$Q_{H_2O} = 6 \cdot (33 - 70) = 222 \text{ cal}$$

b) A entropia do reservatório de água é dada por

$$\Delta S_{H_2O} = \frac{\Delta Q_{H_2O}}{T} = \frac{222 \text{ cal}}{303 \text{ K}} = 0,73 \frac{\text{cal}}{\text{K}}$$

Sabe-se que a variação de entropia de um sistema é $\Delta S_{\text{sistema}} \geq 0$, onde o sistema é o reservatório de água e a gota de álcool. Desse modo,

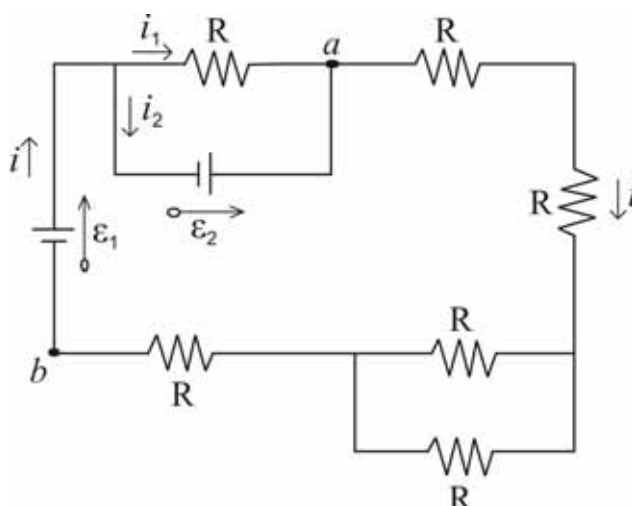
$$\Delta S_{\text{sistema}} = \Delta S_{H_2O} + \Delta S_{alc} \geq 0$$

Como a gota de álcool está cedendo calor, sua variação de entropia será negativa. De acordo com $\Delta S_{\text{sistema}} \geq 0$, pode-se concluir que a variação da entropia da gota de álcool é

$$\Delta S_{alc} \geq -0,73 \frac{\text{cal}}{\text{K}}$$

4

No circuito a seguir, sabe-se que $\varepsilon_1 = 2\varepsilon_2$ e que ambas são forças eletromotrizes (fem) ideais.



- a) Determine a diferença de potencial entre os pontos a e b pelo ramo da direita do circuito.
- b) Determine o valor da corrente i .

Apresente os cálculos.

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

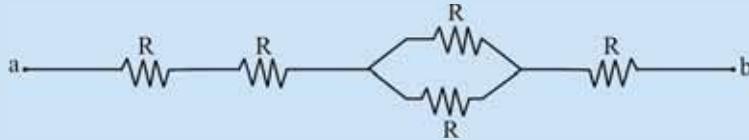
QUESTÃO 4 – EXPECTATIVA DE RESPOSTA

Conteúdo programático:

Elettricidade e Magnetismo.

Resposta esperada:

a) Seja o ramo entre a e b, no sentido horário, a seguir.



Das resistências em paralelo, tem-se a resistência equivalente dada por

$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R}} = \frac{R^2}{2R} = \frac{R}{2}$$

Usando esse valor, tem-se uma associação de resistores em série, que tem resistência equivalente a

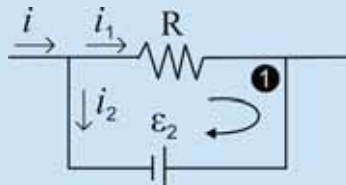
$$R_{eq} = R + R + \frac{R}{2} + R = \frac{7}{2}R$$

Assim, a diferença de potencial entre a e b, pelo ramo da direita do circuito, é dada por

$$\Delta V_{ab} = -\frac{7}{2}iR$$

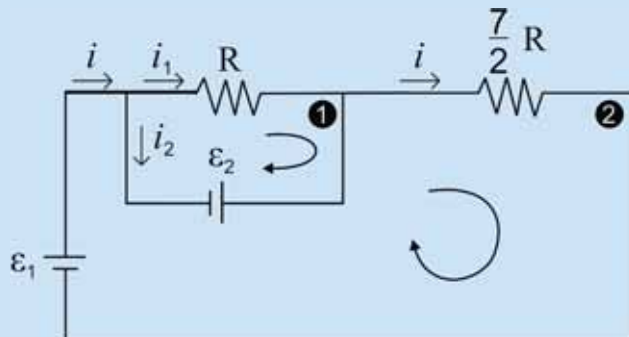
b) Do circuito, tem-se $i = i_1 + i_2$.

Seja a malha 1:



A partir dessa malha, tem-se $-i_1R - \varepsilon_2 = 0 \Rightarrow i_1 = \frac{-\varepsilon_2}{R}$

Seja a malha 2:



A partir dessa malha, tem-se

$$\varepsilon_1 - i_1R - \frac{7}{2}Ri = 0 \Rightarrow \varepsilon_1 - \left(\frac{-\varepsilon_2}{R}\right)R - \frac{7}{2}Ri = 0 \Rightarrow \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \frac{7}{2}Ri \Rightarrow i = \frac{2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{7R}$$

$$\text{como } \varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_1}{2} \Rightarrow i = \frac{3\varepsilon_1}{7R}$$